

# RÖNTGENSTRAHLEN (RÖN)

DANIEL DOLINSKY UND JOHANNES VRANA

## INHALTSVERZEICHNIS

1. Versuchsaufbau .....	1
2. Bearbeitung der Aufgaben .....	2
2.1. Messung des Röntgenspektrums der Molybdänanode ( <i>Aufgabe 4.1</i> ) .....	2
2.2. Pulsanzeige mit Lautsprecher ( <i>Aufgabe 4.2</i> ) .....	4
2.3. Messung der Absorption in Zirkon ( <i>Aufgabe 4.3</i> ) .....	5
2.4. Röntgenbeugung an Lithiumfluorid ( <i>Aufgabe 4.4</i> ) .....	7
2.5. Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums $h$ ( <i>Aufgabe 4.5</i> ) .....	8
3. Beantwortung der Fragen .....	10

## 1 VERSUCHSAUFBAU

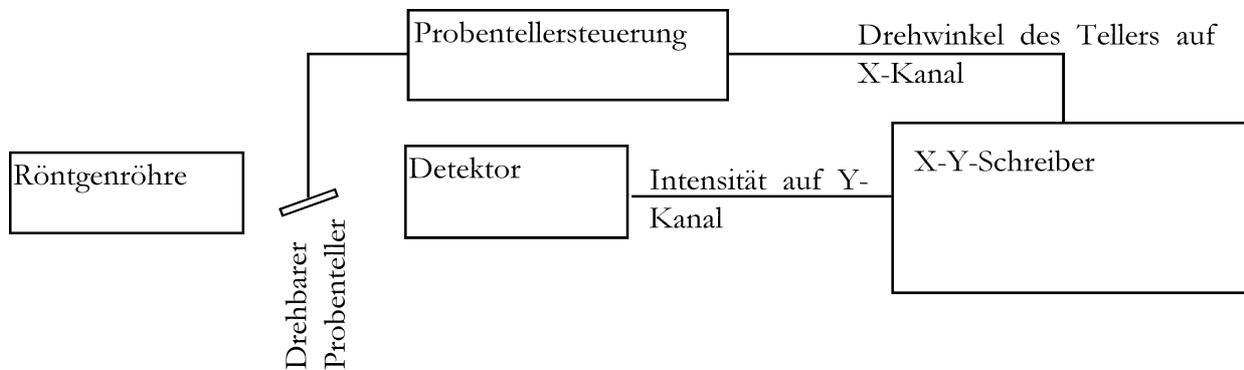


ABBILDUNG 1. Schematische Darstellung des Gesamtversuchsaufbaus

*Beschreibung:* Die Strahlung der Röntgenröhre trifft nach Bündelung im Spaltblendenkollimator auf die Probe im Probenhalter, wird dort gebeugt.

## 2 BEARBEITUNG DER AUFGABEN

## 2.1 Messung des Röntgenspektrums der Molybdänanode (Aufgabe 4.1)

$n$	$\vartheta_{K_\alpha}/^\circ$	$\vartheta_{K_\beta}/^\circ$
1	$6,7 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,2$
2	$13,9 \pm 0,2$	$12,2 \pm 0,2$
3	$21,3 \pm 0,2$	$18,9 \pm 0,2$

$$(1) \quad \boxed{n\lambda = 2d \sin \vartheta_n}$$

$n$ : natürliche Zahl

Wie aus Abb 15 in der Versuchsanleitung ersichtlich, ist bei NaCl der Netzebenenabstand  $d = \frac{a}{2}$

$$(2) \quad \boxed{n\lambda = a \sin \vartheta_n}$$

$n$ : natürliche Zahl

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta_n} = \frac{a}{n} \cdot \frac{\partial(\sin \vartheta_n)}{\partial \vartheta_n} = \frac{a}{n} \cdot \cos \vartheta_n$$

$$(3) \quad \boxed{u_\lambda = \sqrt{\left(u_{\vartheta_n} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{n} \cos \vartheta_n\right)^2} = u_{\vartheta_n} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{a}{n} \cos \vartheta_n}$$

$n$	$\lambda_{K_\alpha}/\text{pm}$	$\lambda_{K_\beta}/\text{pm}$	
1	$65,9 \pm 2,0$	$56,1 \pm 2,0$	$K_\alpha$ -Linie
2	$67,9 \pm 1,0$	$59,7 \pm 1,0$	
3	$68,4 \pm 0,7$	$61,0 \pm 0,7$	

$$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 67,39 \text{ pm}$$

$$f_\lambda = 2,0 \text{ pm}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(1,5^2 + 0,5^2 + 1,1^2)} \text{ pm} \\ &= 1,31 \text{ pm} \\ &\approx 1,3 \text{ pm} \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 0,996 \text{ pm} \approx 1,0 \text{ pm}$$

$$u = u_s + f_\lambda$$

$$\Rightarrow \lambda_{K_\alpha} = (76 \pm 3) \text{ pm}$$

$K_\beta$ -Linie

$$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 58,39 \text{ pm}$$

$$f_\lambda = 2,0 \text{ pm}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(2,8^2 + 0,8^2 + 2,1^2)} \text{ pm} \\ &= 2,53 \text{ pm} \\ &\approx 3 \text{ pm} \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 1,92 \text{ pm} \approx 2,0 \text{ pm}$$

$$u = u_s + f_\lambda$$

$$\Rightarrow \lambda_{K_\beta} = (58 \pm 4) \text{ pm}$$

(4)

$$E = c \cdot h \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$c$ : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$h$ : PLANCKSches Wirkungsquantum

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} = c \cdot h \cdot \frac{\partial \frac{1}{\lambda}}{\partial \lambda} = -c \cdot h \cdot \frac{1}{\lambda^2}$$

(5)

$$u_E = \sqrt{(u_\lambda)^2 \cdot \left(-c \cdot h \cdot \frac{1}{\lambda^2}\right)^2} = -c \cdot h \cdot \frac{u_\lambda}{\lambda^2}$$

$n$	$E_{K_\alpha}/\text{keV}$	$E_{K_\beta}/\text{keV}$	
1	$18,8 \pm 0,6$	$22,1 \pm 0,8$	$K_\alpha$ -Linie
2	$18,3 \pm 0,3$	$20,8 \pm 0,4$	
3	$18,13 \pm 0,17$	$20,3 \pm 0,3$	

$$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 E_i = 18,402 \text{ keV}$$

$$f_E = 0,6 \text{ keV}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(0,28^2 + 0,13^2 + 0,41^2)} \text{ keV} \\ &= 0,36 \text{ keV} \\ &\approx 0,4 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,67 \Rightarrow u_s = 0,274 \text{ keV} \approx 0,28 \text{ keV}$$

$$u = u_s + f_E$$

$$\Rightarrow E_{K_\alpha} = (18,4 \pm 0,9) \text{ keV}$$

$K_\beta$ -Linie

$$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^3 E_i = 21,064 \text{ keV}$$

$$f_E = 0,8 \text{ keV}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(0,7^2 + 0,3^2 + 1,1^2)} \text{ keV} \\ &= 0,92 \text{ keV} \\ &\approx 1,0 \text{ keV} \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 0,700 \text{ keV} \approx 0,8 \text{ keV}$$

$$u = u_s + f_E$$

$$\Rightarrow E_{K_\beta} = (21,1 \pm 1,5) \text{ keV}$$

## 2.2 Pulsanzeige mit Lautsprecher (Aufgabe 4.2)

Am Detektor kommen Röntgenquanten, die den Lautsprecherimpuls auslösen, bauprinzipbedingt () nur in zufälligen zeitlichen Abständen an. Bei höherer Intensität geschieht dies nur noch in kurzen zeitlichen Abständen, die Einzelimpulse sind für das menschliche Gehör nicht mehr auflösbar.

## 2.3 Messung der Absorption in Zirkon (Aufgabe 4.3)

$\vartheta/^\circ$	$\lambda/\text{m}$	$I(\lambda)$	$I_0(\lambda)$	$T(\lambda)$
4	3,94071E-11	2,5	4,2	0,595238095
4,5	4,43234E-11	2,1	4,7	0,446808511
5	4,92363E-11	1,8	4,5	0,4
5,5	5,41455E-11	1,7	4,5	0,377777778
5,75	5,65986E-11	1,7	6,4	0,265625
6	5,90506E-11	1,6	5,5	0,290909091
6,25	6,15014E-11	1,5	4,4	0,340909091
6,5	6,39511E-11	3,5	10,5	0,333333333
6,75	6,63996E-11	5,7	7,3	0,780821918
7	6,88468E-11	4	5	0,8
7,5	7,37373E-11	2,2	3,2	0,6875
8	7,86221E-11	1,8	2,6	0,692307692
8,5	8,3501E-11	1,7	2,6	0,653846154
9	8,83735E-11	1,5	2,2	0,681818182
9,5	9,32393E-11	1,4	2,1	0,666666667
10	9,80979E-11	1,4	2	0,7
10,5	1,02949E-10	1,3	1,8	0,722222222
11	1,07792E-10	1,3	1,9	0,684210526
11,5	1,12628E-10	1,3	1,9	0,684210526
12	1,17454E-10	1,3	2,5	0,52
12,25	1,19864E-10	1,3	2,7	0,481481481
12,5	1,22272E-10	1,3	2,2	0,590909091
12,75	1,24677E-10	1,3	2	0,65
13	1,2708E-10	1,3	1,9	0,684210526
13,5	1,31879E-10	1,3	2,4	0,541666667
13,75	1,34274E-10	2	5	0,4
14	1,36667E-10	3	3	1
14,25	1,39058E-10	2	2	1
14,5	1,41446E-10	1,5	1,8	0,833333333
15	1,46213E-10	1,4	1,7	0,823529412

Wellenlänge der Absorptionskante:  $\lambda = 67 \text{ pm} \pm 3 \text{ pm}$ . Die Absorptionskante ist filterspezifisch, d.h. im Bereich dieser Wellenlänge wird vom Filter (hier Zirkon) die Röntgenstrahlung maximal absorbiert.

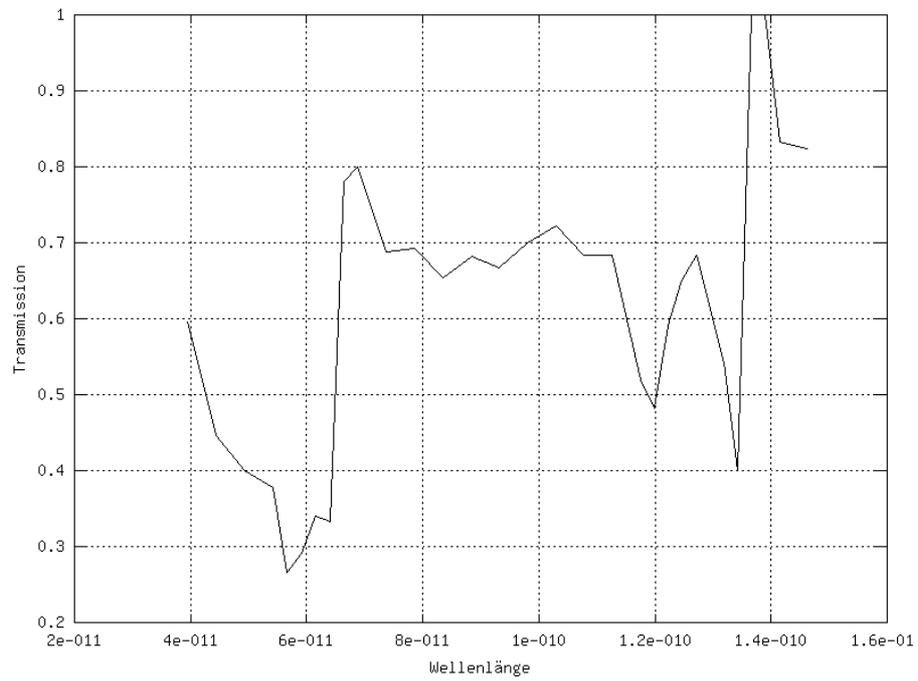


ABBILDUNG 2. Transmissionkurve für Zirkon

## 2.4 Röntgenbeugung an Lithiumfluorid (Aufgabe 4.4)

$n$	$\vartheta_{K_\alpha}/^\circ$	$\vartheta_{K_\beta}/^\circ$
1	$10,0 \pm 0,2$	$8,9 \pm 0,2$
2	$20,5 \pm 0,2$	$18,0 \pm 0,2$

$$(6) \quad d = \frac{n\lambda}{2 \sin \vartheta_n}$$

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda} = \frac{n}{2 \sin \vartheta_n}$$

$$\frac{\partial d}{\partial \vartheta_n} = -\frac{n\lambda \cos \vartheta_n}{2 \sin^2 \vartheta_n}$$

$$(7) \quad u_d = \frac{n}{2 \sin \vartheta_n} \cdot \sqrt{u_\lambda^2 + (u_{\vartheta_n} \lambda \cot \vartheta_n)^2}$$

$n$	$d_\alpha/\text{pm}$	$d_\beta/\text{pm}$
1	$194 \pm 9$	$189 \pm 10$
2	$192 \pm 9$	$189 \pm 10$

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 d_i = 191,03 \text{ pm}$$

$$f_d = 10 \text{ pm}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{3}(2,1^2 + 2,4^2 + 1,4^2 + 3,0^2)} \text{ pm} \\ &= 2,63 \text{ pm} \\ &\approx 2,7 \text{ pm} \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,6 \Rightarrow u_s = 1,58 \text{ pm} \approx 1,6 \text{ pm}$$

$$u = u_s + f_d$$

$$\Rightarrow d = (191 \pm 12) \text{ pm}$$

$$\Rightarrow a = (96 \pm 6) \text{ pm}$$

## 2.5 Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums $h$ (Aufgabe 4.5)

Es mußte aufgrund der großen Abweichungen der Apparatur ein Korrekturwert zu den Werten hinzuaddiert werden. Bei der Messung 2 war die Kalibrierung noch exakt, bei der Messung 7 haben wir die Apparatur nocheinmal versucht nachzustellen.

Für die Extrapolation nehmen wir einen Fehler von  $0,3^\circ$  an. Durch diesen und den Ablesefehler von  $0,2^\circ$  ergibt sich ein Fehler von  $0,5^\circ$ .

Stufe	$U/\text{kV}$	Korrekturwert	$\vartheta_0/^\circ$
2	$17,3 \pm 0,1$	0	$4,8 \pm 0,5$
3	$19,4 \pm 0,1$	-0,1	$4,1 \pm 0,5$
4	$20,8 \pm 0,1$	-0,1	$3,5 \pm 0,5$
5	$22,8 \pm 0,1$	-0,2	$3,2 \pm 0,5$
6	$24,7 \pm 0,1$	-0,3	$2,5 \pm 0,5$
7	$26,9 \pm 0,1$	0,1	$2,3 \pm 0,5$
8	$29,5 \pm 0,1$	0,1	$1,4 \pm 0,5$

$$(8) \quad \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$$

$\lambda_0$ : Grenzwellenlänge

$e$ : Elementarladung

$$(9) \quad h = \frac{\lambda_0 \cdot e \cdot U}{c} = \frac{a \cdot \sin \vartheta \cdot e \cdot U}{c}$$

$$\frac{\partial h}{\partial \vartheta} = \frac{a \cdot e}{c} \cdot U \cdot \cos \vartheta$$

$$\frac{\partial h}{\partial U} = \frac{a \cdot e}{c} \cdot \sin \vartheta$$

$$(10) \quad u_h = \frac{a \cdot e}{c} \cdot \sqrt{(u_\lambda \cdot U \cdot \cos \vartheta)^2 + (u_U \cdot \sin \vartheta)^2}$$

Stufe	$h/10^{-38} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$
2	$4,345 \pm 0,026$
3	$4,17 \pm 0,03$
4	$3,83 \pm 0,04$
5	$3,84 \pm 0,04$
6	$3,25 \pm 0,04$
7	$3,26 \pm 0,05$
8	$4,20 \pm 0,05$

$$\frac{1}{7} \cdot \sum_{i=2}^8 h_i = 3,8438 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$f_h = 0,05 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{6}(0,36^2 + 0,58^2 + 0,59^2 + 1,43^2 + 0,01^2 + 0,33^2 + 0,50^2)} \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$= 0,443 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\approx 0,50 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,38 \Rightarrow u_s = 0,168 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \approx 17 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

$$u = u_s + f_h$$

$$\Rightarrow h = (3,84 \pm 0,22) \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

### 3 BEANTWORTUNG DER FRAGEN

1. Durch die Beugungen am Kristall überlagern sich mehrere „Abbildungen“ des Röntgenspektrums (Interferenzen etc., siehe auch Skript, Punkt 3.4)
2. Die Gitterkonstante gibt den Translationsabstand zwischen zwei kleinstmöglichen Gitterkomplexen an, der Netzebenenabstand den Translationsabstand zwischen zwei Gitteratomen zweier Parallelebenen.
3. Gammastrahlung entsteht typischerweise bei Übergang eines angeregten Kernes in den Grundzustand, wobei  $\gamma$ -Quanten mit Energien im MeV-Bereich freierwerden. Röntgenstrahlung wird hingegen beim Beschleunigen/Abbremsen von Elektronen erzeugt, die Energien liegen hier wesentlich niedriger (einige  $keV$ ).
4. Die Röntgenbremsstrahlung entsteht nicht durch die Anregung von Atomen, sondern durch das Abbremsen der Elektronen beim Auftreffen auf die Antikathode, wobei elektromagnetische Wellen abgestrahlt werden (beschleunigte Ladungen!). Dabei wird ein Teil der Energie der Elektronen in die Bremsstrahlung umgewandelt. Schnelle Elektronen können teilweise die Atome des Anodenmaterials ionisieren, bei deren Rekombination wird die charakteristische Strahlung des Anodenmaterials ausgesendet. Die Wechselwirkung der Elektronen findet in der Röntgenröhre nur an der Antikathode statt (da evakuierter, also gasleerer Kolben), beim FRANCKH-HERTZ-Versuch im gesamten Kolben (hier hauptsächlich an den Atomen der Gasfüllung). Bei der Röntgenröhre ist keine Bremsspannung nötig.